

Олимпиада имени А.А. Леманского 10 – 11 классы

заочный этап 2017-2018 учебный год

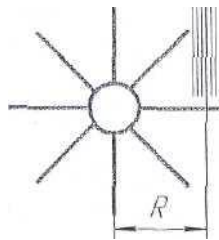
1) Дано 5 клочков материи. Можно выбрать один из них и разрезать его на 5 новых. С вновь полученными клочками можно проделать то же самое и т.д. Можно ли получить когда-либо 2018 клочков?

2) Решить уравнение:

$$\frac{x^2+ax+a^2}{x^2-ax+a^2} = \frac{a^2}{x^2}$$

3) Центры трех окружностей радиуса  $R$ , где  $1 < R < 2$ , образуют правильный треугольник со стороной  $2$ . Найти расстояние между точками пересечения этих окружностей, лежащими вне треугольника. Найти коэффициент подобия треугольников, образованных внутренними и внешними точками пересечения этих окружностей.

4) На прямые радиальные лопасти водяной турбины со скоростью  $V$  падают струи воды, приводя турбину в движение (см. рис.). При какой угловой скорости вращения турбины к.п.д. его будет максимальным? Струя воды попадает в лопасть на расстоянии  $R$  от оси вращения колеса.



5) Невесомая жидкость находится между двумя невесомыми поршнями, жестко связанными между собой тонким нерастяжимым стержнем. К верхнему поршню прикреплена пружина, к свободному концу которой приложена сила, направленная вниз, в результате чего пружина сжалась на величину  $\Delta l$ . Площадь верхнего поршня  $S_1$ , нижнего –  $S_2$ . Найти жесткость пружины, если в жидкости установилось давление  $p$ . Атмосферным давлением пренебречь.

